



بخش آموزش رسانه تفریحی سنتر

کلیک کنید  www.tafrihcenter.ir/edu

 نمونه سوال  گام به گام

 امتحان نهایی  جزوه

 دانلود آزمون های آزمایشی

متوسطه اول : هفتم ... هشتم ... نهم

متوسطه دوم : دهم ... یازدهم ... دوازدهم

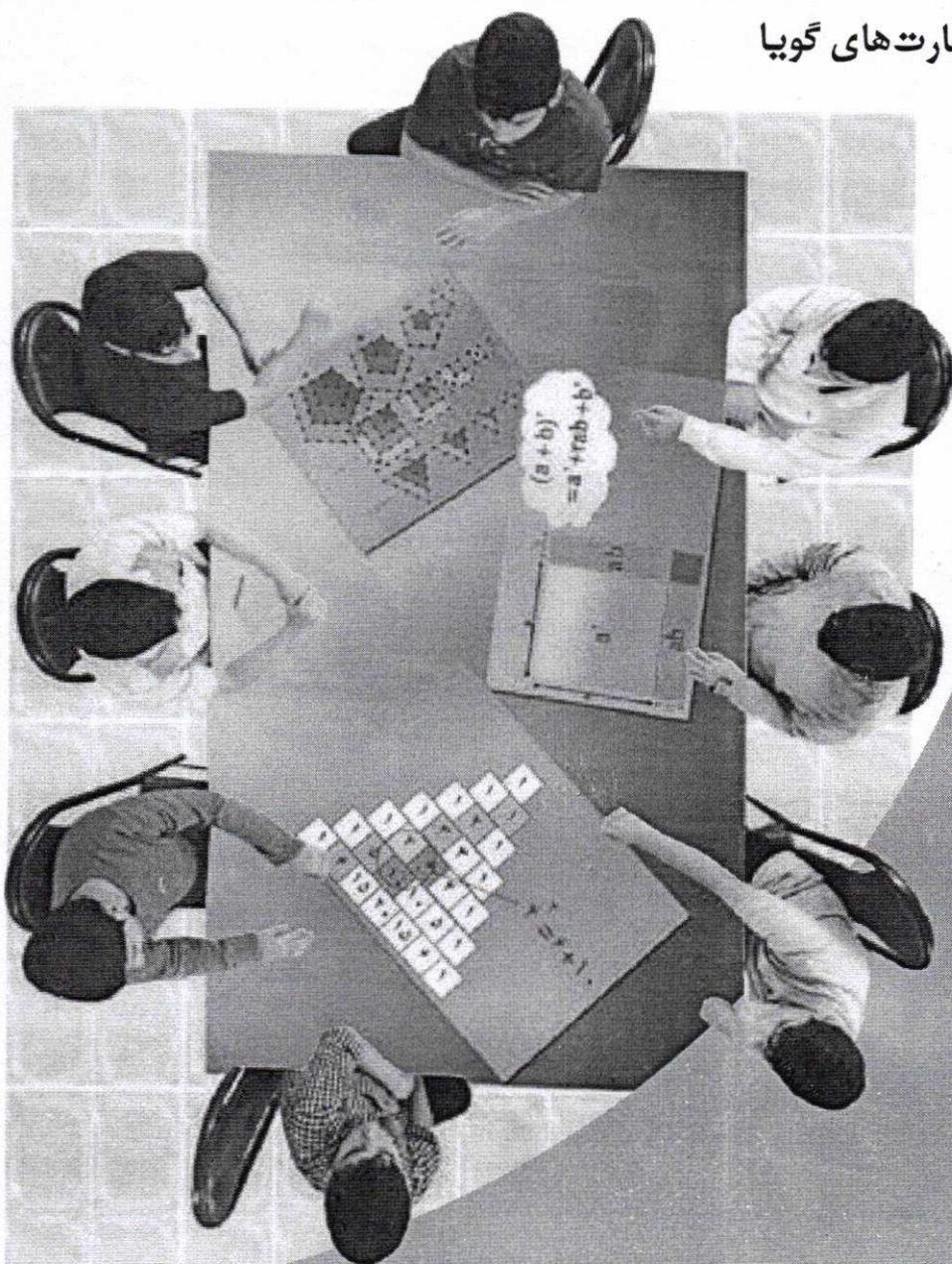
www.tafrihcenter.ir

فصل اول

عبارت‌های جبری

درس ۱ چند اتحاد جبری و کاربردها

درس ۲ عبارت‌های گویا



درس ۱

چند اتحاد جبری و کاربردها

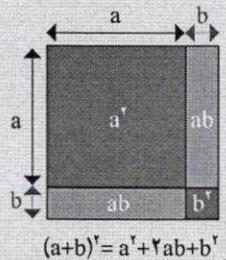
در سال قبل، با اتحادهای زیر آشنا شدید.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

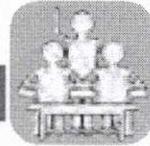
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$



کار در کلاس



با استفاده از اتحادهای بالا، تساوی‌های زیر را کامل کنید.

الف) $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$

ب) $(3a-1)^2 = 9a^2 - 6a + 1$

پ) $(\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}b)^2 = 2 + 2b + \frac{1}{2}b^2$

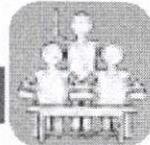
ت) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - 2 = 1$

ث) $(x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12$

ج) $(3x+2)(3x-5) = 9x^2 - 9x - 10$

ح) $(x+10)(x+2) = x^2 + 12x + 20$

کار در کلاس



با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای، اتحاد مزدوج و اتحاد جمله مشترک، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

الف) $9x^2 - 16 = (3x - 4)(3x + 4)$

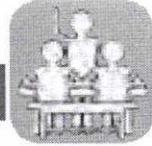


مثلث خیام^۱

در اینجا باید به رخداد مهمی که با شناسایی کتاب جبر و مقابله خیام در اروپا صورت گرفت بپردازیم. می‌دانسیم که صورت بسط یافته دوجمله‌ای به طراحی مثلثی عددی می‌انجامد که پیش از این مثلث نیوتن-پاسکال نامیده می‌شد.

در اواسط قرن بیستم دانشمندان اروپایی علاقه‌مند به بررسی تاریخ ریاضیات در سرزمین‌های اسلامی از خود پرسیدند: «آیا ممکن است این روش بسط دوجمله‌ای‌ها در سرزمین‌های اسلامی و به وسیله دانشمندان اسلامی نیز صورت گرفته باشد؟» نخستین بررسی‌ها به حضور ابن بسط در کتاب مفتاح الحساب غیث‌الدین جمشید کاشانی رسید و در ادامه روشن شد این بسط به دانشمندی پیش از کاشانی یعنی خواجه نصیرالدین طوسی باز می‌گردد و در فصل اول از کتاب جوامع الحساب طوسی دیده می‌شود. ادامه پژوهش‌ها نیز ردپای این بسط را به کتاب جبر و مقابله خیام رساند و مشخص شد برای اولین بار در سرزمین‌های اسلامی و حدود شش قرن قبل از نیوتن، خیام این دو جمله‌ای را در کتاب خود بسط داده است.

۱. حکیم، عمر خیام - علی اکبر ولایتی، انتشارات آفتاب، تهران، ۱۳۸۹.



کار در کلاس

عبارت جبری $(a+b)^3$ را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای و حاصل ضرب عبارت‌های جبری ساده کنید.

$$(a+b)^3 = (a+b)^2 (a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b) =$$

$$a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

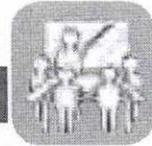
برای ساده کردن $(a+b)^4$ ، چگونه عمل می‌کنید؟ آیا این پرسش را می‌توان برای توان‌های بزرگ‌تر از ۴ نیز

طرح کرد؟ آیا روشی وجود دارد که بتوان بدون ساده کردن عبارت‌های حاصل ضرب، جواب نهایی را به دست

آورد؟

$$(a+b)^4 = (a+b)^3 (a+b) = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)(a+b) = \dots$$

فعالیت زیر پاسخ مناسبی برای سؤال بالاست. *می‌توان بران توان‌های بیشتر چنین عمل کرد ولی مراحل طولانی خواهد شد.*



فعالیت

جدول زیر را در نظر بگیرید.

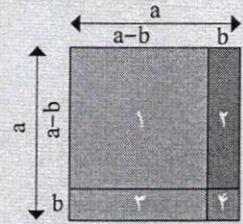
۱	$(a+b)^0 = 1$
۱ ۱	$(a+b)^1 = 1a + 1b$
۱ ۲ ۱	$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$
۱ ۳ ۳ ۱	$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$
۱ ۴ ۶ ۴ ۱	$(a+b)^4 = \square a^4 + \square a^3b + \square a^2b^2 + \square ab^3 + \square b^4$
۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱	$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$
.	.
.	.
.	.

۱. در جدول بالا سمت چپ (مثلث خیام)، چه ارتباطی بین سطر دوم و سطر سوم وجود دارد؟ چه ارتباطی بین سطر سوم و سطر چهارم وجود دارد؟ چه رابطه‌ای بین سطر چهارم و سطر پنجم وجود دارد؟

*هر عدد سطر سوم از جمع دو عدد بالای آن در سطر دوم بدست می‌آید.
هر عدد سطر چهارم از جمع دو عدد بالای آن در سطر سوم بدست می‌آید.
هر عدد سطر پنجم از جمع دو عدد بالای آن در سطر چهارم بدست می‌آید.*



آفرینش، دفترش تا باز شد
 با «حساب» و «هندسه» آغاز شد
 دستِ حق ناقش عالم می نگاشت
 در میرشت «دایره»، «بی» می گذاشت
 شکل های هندسی و «منتظم»
 او نهاده در نهاد هر قلم
 با «مثلث»، «دایره»، یا «مستطیل»
 می شود اندام این عالم شکیل!
 آسمان، از اختران پر کرده است
 روز و شب را در «تناظر» کرده است
 این همه مجموعه های بی نظیر
 کهکشان های «شمارش ناپذیر»!
 نظم این اعداد، در اوج کمال
 در تناسب گشته عالم، بی مثال
 زلف عالم تا بریشان می شود
 این ریاضی، شانه های آن می شود!
 یا به استقراء و یا «برهان خلف»
 می شود نشانه، پریشانی زلف!
 باز، بین جغرافیای بی حدود
 کوه ها بر دشت ها گشته «عمود»!
 از حیات و از جماد و از نبات
 پُر نمود این «دستگاه مختصات»



مساحت مربع:

$$s_1 = (a-b)^2 \quad (1)$$

$$s_2 = s - s_1 - s_3 - s_4$$

$$= a^2 - b(a-b) - b(a-b) - b^2 \quad (2)$$

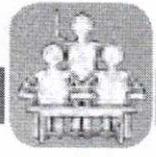
$$= a^2 - 2ab + b^2$$

(1) و (2) $\Rightarrow (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

بیک نقطه صفت باید افسانه شود
 کلاس جمع و

ب) $x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = x^2 + 2(\frac{1}{3})x + (\frac{1}{3})^2 = (x + \frac{1}{3})^2$
 پ) $4x^2 - 4x + 1 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2 = (2x - 1)^2$
 ت) $y^2 + 3y - 10 = y^2 + (5-2)y - (5)(2) = (y-2)(y+5)$
 ث) $9x^2 + 18x + 8 = (3x)^2 + 6 \times (3x) + 8$
 $= (3x)^2 + (2 \cdot 3 + 2 \cdot 3)(3x) + (2)(4)$
 $= (3x+2)(3x+4)$

کار در کلاس

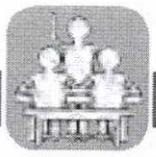


عبارت های جبری زیر را به صورت ساده ترین حالت، تجزیه کنید.

الف) $12x^2(x^2+6) - 8x^5(x^2+6)^2$
 $= 4x^5(x^2+6)^2(3x^2-2(x^2+6))$
 $= 4x^5(x^2+6)^2(x^2-12)$
 $= 4x^5(x^2+6)^2(x-\sqrt{12})(x+\sqrt{12})$

ب) $x^4 - 64x^2 = x^2(x^2 - 64)$
 $= x^2(x^2 - 8^2) = x^2(x-8)(x+8)$

کار در کلاس



بعضی از محاسبات عددی را می توان با کمک اتحادها، به راحتی انجام داد. تساوی های زیر را کامل کنید.

الف) $(999)^2 = (1000-1)^2 = \dots = 1000000 - 2000 + 1 = 998001$
 ب) $96 \times 104 = (100-4)(100+4) = 100^2 - 4^2 = 10000 - 16 = 9984$
 پ) $101^2 = (100+1)^2 = \dots = 100^2 + 2(100 \times 1) + 1^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$

ت) خودتان نیز یک مثال عددی بزنید که برای محاسبه آن از اتحادها، کمک گرفته اید.

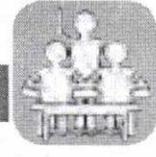
ث) آیا کاربرد دیگری از اتحادها، به ذهن شما می رسد؟ لطفاً توضیح دهید.
 $507 \times 493 = (500+7)(500-7) = 500^2 - 7^2$
 $= 250000 - 49 = 249951$

ت) در حساب کردن مساحت مربع

$$* 2^{10} = 1 + 10 + 45 + 120 + 210 + 252 + 210 + 120 + 45 + 10 + 1$$

$$= 1024$$

کار در کلاس



در تساوی های زیر، به جای علامت سؤال، عدد مناسب قرار دهید:

$$1 = 2^0$$

$$1 + 1 = 2^1$$

$$1 + 2 + 1 = 2^2 \rightarrow 2$$

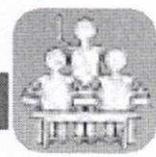
$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3 \rightarrow 3$$

$$1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 2^4 \rightarrow 4$$

- چه ارتباطی بین توان های عدد ۲ و سطرهای واقع در مثلث خیام وجود دارد؟ **توان عدد ۲، یکی کمتر از شماره سطر است.**
- آیا می توانید الگویی برای توان های عدد ۲، بر حسب سطرهای واقع در مثلث خیام حدس بزنید؟ **اگر n شماره سطر باشد ۲ⁿ⁻¹**
- بر اساس این الگو مقدار ۲^{۱۰} را به دست آورید. *

- آیا می توانید مانند الگوی بالا، الگوهای دیگری از مثلث خیام حدس بزنید؟ **توان n ام عدد ۲ برابر است با جمع اعداد سطر (n+1) ام مثلث خیام**

کار در کلاس



توان های مختلف ۱۱ را، به دست آورید.

$$11^0 = 1$$

$$11^1 = 11$$

$$11^2 = (1+10)^2 = 1 + 2 \times 10 + 10^2 = 1 + 20 + 100 = 121$$

$$11^3 = (1+10)^3 = \dots + \dots + \dots = 1 + 30 + \dots + 1000 = 1331$$

$$11^4 = (1+10)^4 = 1 + 4 \times 10 + \dots + \dots + 10^4 = 14641$$

- چه ارتباطی بین توان به دست آمده در ۱۱^۲ و اعداد واقع در سطر سوم مثلث خیام وجود دارد؟ **توان ۲ عدد ۱۱ از کنار هم قرار گرفتن اعداد سطر سوم مثلث خیام درست می آید.**
- چه ارتباطی بین توان به دست آمده در ۱۱^۳ و اعداد واقع در سطر چهارم مثلث خیام وجود دارد؟ **توان ۳ عدد ۱۱ از کنار هم قرار گرفتن اعداد سطر چهارم مثلث خیام درست می آید.**
- چه ارتباطی بین توان به دست آمده در ۱۱^۴ و اعداد واقع در سطر پنجم مثلث خیام وجود دارد؟ **توان ۴ عدد ۱۱ از کنار هم قرار گرفتن اعداد سطر پنجم مثلث خیام درست می آید.**
- آیا می توانید بدون هیچ گونه محاسبه ای ۱۱^۵ را بر حسب اعداد واقع در سطر ششم مثلث خیام به دست آورید؟

- چه نتیجه ای می توانید برای توان های مختلف ۱۱، بگیرید؟ *

$$11^5 = 161051$$

* **توان n ام عدد ۱۱ برابر است با عددی که از کنار هم قرار گرفتن اعداد سطر (n+1) ام مثلث خیام درست می آید.**

نکته: اگر عددی از این بیشتر باشد واحد اول محاسبه میشود و بقیه قبل از آن ضاعف میشود

۷ سطر ۱ ۴ ۱۵ ۳۵ ۷۰ ۱۲۵ ۲۱۷ ۳۱۶ ۴۲۵ ۵۴۶ ۶۷۹ ۸۱۲ ۹۶۷ ۱۱۲۵ ۱۳۷۴ ۱۶۶۵ ۲۰۰۰ ۲۳۹۶ ۲۸۹۹ ۳۵۱۲ ۴۲۴۵ ۵۰۰۰ ۵۸۸۰ ۶۸۱۲ ۷۹۰۰ ۹۰۰۰ ۱۰۲۰۰ ۱۱۵۰۰ ۱۲۹۰۰ ۱۴۴۰۰ ۱۶۰۰۰ ۱۷۷۰۰ ۱۹۵۰۰ ۲۱۴۰۰ ۲۳۴۰۰ ۲۵۵۰۰ ۲۷۷۰۰ ۳۰۰۰۰ ۳۲۵۰۰ ۳۵۱۰۰ ۳۷۸۰۰ ۴۰۰۰۰ ۴۲۵۰۰ ۴۵۱۰۰ ۴۷۸۰۰ ۵۰۰۰۰ ۵۲۵۰۰ ۵۵۱۰۰ ۵۷۸۰۰ ۶۰۰۰۰ ۶۲۵۰۰ ۶۵۱۰۰ ۶۷۸۰۰ ۷۰۰۰۰ ۷۲۵۰۰ ۷۵۱۰۰ ۷۷۸۰۰ ۸۰۰۰۰ ۸۲۵۰۰ ۸۵۱۰۰ ۸۷۸۰۰ ۹۰۰۰۰ ۹۲۵۰۰ ۹۵۱۰۰ ۹۷۸۰۰ ۱۰۰۰۰۰

۲. آیا می‌توانید سطرهای هفتم و هشتم را کامل کنید؟

۳. چه ارتباطی بین سطرهای واقع در مثلث خیام و ضرایب عبارت‌های جبری سطرهای جدول بالا در سمت راست وجود دارد؟ به ترتیب از چپ به راست با هم برابرند

۴. آیا می‌توانید ضرایب $(a+b)^4$ را در جدول سمت راست، کامل کنید؟
 $(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

۵. آیا می‌توانید توان‌های a و b در عبارت $(a+b)^5$ در جدول سمت راست را کامل کنید؟
 $(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

۶. آیا توانسته‌اید حدس بزنید که چه ارتباطی بین اعداد سطرهای واقع در مثلث خیام و ضرایب توان‌های

$(a+b)$ وجود دارد؟ ضرایب توان $(a+b)^n$ برابر اعداد سطر $(n+1)$ ام سطرهای واقع در مثلث خیام است.

۷. با توجه به اینکه $a-b = a+(-b)$ ، حاصل عبارت $(a-b)^2$ را بر اساس اتحاد $(a+b)^2 = a^2 + 2a^2b + 2ab^2 + b^2$

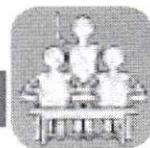
به دست آورید.
 $(a-b)^2 = (a+(-b))^2 = a^2 + 2a^2(-b) + 2a(-b)^2 + (-b)^2 = a^2 - 2a^2b + 2ab^2 - b^2$

با توجه به مثلث خیام، اتحادهای زیر را خواهیم داشت:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2a^2b + 2ab^2 + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2a^2b + 2ab^2 - b^2$$

کار در کلاس



با استفاده از اتحادهای بالا، تساوی‌های زیر را کامل کنید:

الف) $(2a+1)^2 = 4a^2 + 4a + 1$

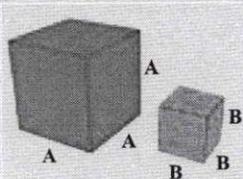
ب) $(\frac{1}{3}a-2)^2 = \frac{1}{9}a^2 - \frac{4}{3}a + 4$

پ) $(4a-2b)^2 = 16a^2 - 16ab + 4b^2$

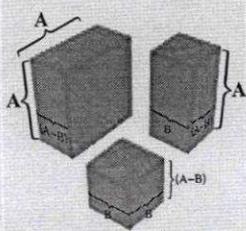
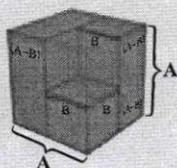
ت) $(\frac{3}{4}a + \frac{1}{2})^2 = \frac{9}{16}a^2 + \frac{3}{4}a + \frac{1}{4}$

$$* (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

(جمله اول - جمله دوم) (مربع اول + جمله دوم + مربع دوم) = مکعب اول - مکعب دوم

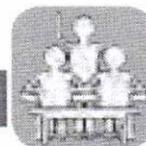


$$A^3 - B^3$$



$$(A-B)(A^2+AB+B^2) = A^3 - B^3$$

کار در کلاس



با توجه به اتحادهایی که تاکنون آموخته‌اید، اتحادهای زیر را با استفاده از حاصل ضرب عبارت‌های جبری بررسی کنید و تساوی دوطرف را نشان دهید. سپس عبارت کلامی این اتحادها را بنویسید. *

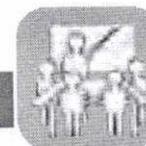
$$(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$$

اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$$

اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای

فعالیت



با استفاده از اتحادهای بالا، عبارت‌های جبری زیر را تجزیه کنید.

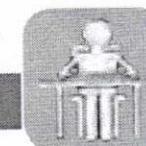
$$8y^3 - 1 = (2y)^3 - 1^3 = (2y-1)((2y)^2 + (2y) + 1) = (2y-1)(4y^2 + 2y + 1)$$

$$8a^3 + 1 = (2a)^3 + 1^3 = (2a+1)((2a)^2 - 2a + 1) =$$

$$8a^3 + 1 = (2a)^3 + 1^3 = (2a+1)(4a^2 - 2ab + b^2)$$

$$t^6 - \frac{1}{8} = (t^2)^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(t^2 - \frac{1}{2}\right)\left(t^4 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{4}\right)$$

تمرین



۱. با استفاده از اتحادها، حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$(x-1)^2, \left(y + \frac{1}{4}\right)^2, \left(z - \frac{a}{3}\right)^2, \left(yz - \frac{1}{4}\right)^2, \left(\frac{1}{4} + \frac{b}{3}\right)^2$$

۲. با استفاده از اتحادها، در قسمت‌های نقطه‌چین، عبارت مناسب بگذارید.

$$(a + \sqrt{2})^2 = a^2 + \dots + 2$$

$$(1 - 2x)^2 = 1 - 4x + \dots$$

$$(\sqrt{3} + x)^2 = 3\sqrt{3} + \dots + 3\sqrt{3}x^2 + \dots$$

۳. به کمک اتحادها، عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$$x^6 - 1, 1 + z^2, 8 - t^6$$

$$9x^2 - 6x + 1$$

$$25x^2 + 25x + 6$$

$$4x^2 + 14x + 12$$

۴. کدام یک از عبارت‌های زیر، نشان‌دهنده اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای یا اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای است؟

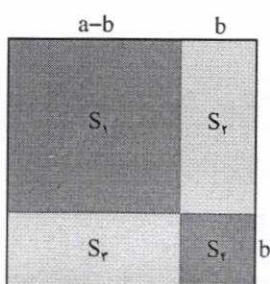
$$(3x + 5)(9x^2 - 20x + 15), (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$(4x + y)(16x^2 + 4xy + y^2), (7x - 2)(49x^2 + 14x + 4)$$

۵. عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین عبارت‌ها تجزیه کنید.

$$\text{الف) } 12x^6(x^2 + 5)^2 - 10x^4(x^2 + 5)^4$$

$$\text{ب) } x^8 - 625x^4$$



۶. مربع روبه‌رو را که اندازه، ضلع آن a است، در نظر بگیرید و فرض کنید مساحت آن برابر با S است. ضلع آن را به دو پاره خط تقسیم کنید و طول یکی را b در نظر بگیرید.

الف) مساحت‌های S_1, S_2, S_3, S_4 را به دست آورید.

ب) مساحت S را برحسب مساحت‌های S_1, S_2, S_3, S_4 و b به دست آورید.

پ) اتحاد مربع دو جمله‌ای را از قسمت (ب) نتیجه بگیرید.

۷. با استفاده از اتحادهایی که آموختید، عبارت‌های عددی زیر را به دست آورید.

$$(1001)^2 = \dots$$

$$(99)^2 = (100 - 1)^2 = \dots$$

$$(x-1)^r = (x)^r - r(x)(1) + (-1)^r = x^r - rx + 1$$

(-1)

$$(y + \frac{1}{r})^r = (y)^r + r(y)(\frac{1}{r}) + (\frac{1}{r})^r = y^r + \frac{1}{r}y + \frac{1}{r^r}$$

$$(r - \frac{a}{r})^r = (r)^r - r(r)(\frac{a}{r}) + (\frac{a}{r})^r = r^r - \frac{r}{r}a + \frac{a^r}{r^r}$$

$$(rz - \frac{1}{r})^r = (rz)^r - r(rz)(\frac{1}{r}) + r(rz)(\frac{1}{r})^r - (\frac{1}{r})^r = r^r z^r - rz + \frac{r}{r^r}z - \frac{1}{r^r}$$

$$(\frac{1}{r} + \frac{b}{r})^r = (\frac{1}{r})^r + r(\frac{1}{r})(\frac{b}{r}) + r(\frac{1}{r})(\frac{b}{r})^r + (\frac{b}{r})^r = \frac{1}{r^r} + \frac{1}{r}b + \frac{1}{r^r}b^r + \frac{b^r}{r^r}$$

$$(a + \sqrt{r})^r = a^r + r\sqrt{r}a + r$$

(-2)

$$(1 - rx)^r = 1 - rx + rx^r$$

$$(\sqrt{r} + x)^r = r\sqrt{r} + rx + r\sqrt{r}x^r + x^r$$

$$x^4 - 1 = (x^r + 1)(x^r - 1) = (x + 1)(x^r - x + 1)(x - 1)(x^r + x + 1)$$

(-3)

$$1 + z^r = (1 + z)(1 - z + z^r)$$

$$1 - t^r = (r - t^r)(r + rt^r + t^r) = (\sqrt{r} - t)(\sqrt{r} + t)(r + rt^r + t^r)$$

$$rx^r - rx + 1 = (rx - 1)^r$$

\downarrow \downarrow
 $(rx)^r$ $r(rx)$ $(-1)^r$

$$r\omega x^r + r\omega x + r = (\omega x + r)(\omega x + r)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 $(\omega x)^r$ $+ \omega(\omega x)$ $(+r)(+r)$

$$rx^r + rrx + rr = (rx + r)(rx + r)$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 $(rx)^r$ $+ r(rx)$ $(+r)(+r)$

(ع)

$$\times (3x + 2)(9x^2 - 20x + 15) \rightarrow \text{با } -15x \text{ باشد}$$

$$\checkmark (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$\times (5x + y)(14x^2 + 5xy + y^2) \rightarrow \text{با } -5xy \text{ باشد}$$

$$\checkmark (7x - 2)(59x^2 + 14x + 8)$$

(د)

الف) $S_1 = (a-b)^r = a^r - rab + b^r$

$$S_2 = b(a-b) = ab - b^r$$

$$S_3 = (a-b)b = ab - b^r$$

$$S_4 = (b)^r = b^r$$

ب) $S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = (a^r - rab + b^r) + (ab - b^r) + (ab - b^r) + (b^r) = a^r$

ج) $(a-b)^r + r(a-b)(b) + b^r = a^r \Rightarrow$

$$(a-b)^r = a^r - b^r - r(a-b)(b) \Rightarrow (a-b)^r = a^r - b^r - rab + rb^r$$

$$\Rightarrow (a-b)^r = a^r - rab + b^r$$

(د)

الف) $12x^5(x^2+2)^3 - 10x^5(x^2+2)^2 = 2x^5(x^2+2)^2 [4x^2 - 2(x^2+2)]$
 $= 2x^5(x^2+2)^2 (x^2 - 2) = 2x^5(x^2+2)^2(x-2)(x+2)$

ب) $x^8 - 42x^6 = x^6(x^2 - 42) = x^6(x^2 + 2)(x^2 - 2)$
 $= x^6(x^2 + 2)(x+2)(x-2)$

✓ $(1001)^3 = (1000+1)^3 = (1000)^3 + 3(1000)^2(1) + 3(1000)(1)^2 + (1)^3 = 1000000000 + 3000000 + 3000 + 1$
 $= 1003003001$

$(99)^3 = (100-1)^3 = (100)^3 - 3(100)^2(1) + 3(100)(1)^2 - (1)^3$
 $= 1000000 - 300000 + 300 - 1 = 970299$

خواندنی

ابوعلی سینا، دانشمند مسلمان ایرانی که در قرن سوم و چهارم هجری قمری زندگی می کرده است، در کتاب شفا، از اعداد مثلثی، اعداد مربعی، اعداد مخمسی و ... سخن گفته است و درباره خواص آنها، نکاتی را ذکر کرده است.

در زیر اعداد مثلثی و اعداد مربعی، به همراه جمله‌ای به زبان خود ابوعلی سینا در مورد رابطه بین این اعداد آمده است.

همان گونه که مشاهده می کنید ۱، ۳، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۱، ۲۸، ۳۶، ۴۵، ۵۵، ۶۶، ۷۸، ۹۱، ۱۰۵، ۱۲۰، ۱۳۵، ۱۵۰، ۱۶۵، ۱۸۰، ۱۹۵، ۲۱۰، ۲۲۵، ۲۴۰، ۲۵۵، ۲۷۰، ۲۸۵، ۳۰۰، ۳۱۵، ۳۳۰، ۳۴۵، ۳۶۰، ۳۷۵، ۳۹۰، ۴۰۵، ۴۲۰، ۴۳۵، ۴۵۰، ۴۶۵، ۴۸۰، ۴۹۵، ۵۱۰، ۵۲۵، ۵۴۰، ۵۵۵، ۵۷۰، ۵۸۵، ۶۰۰، ۶۱۵، ۶۳۰، ۶۴۵، ۶۶۰، ۶۷۵، ۶۹۰، ۷۰۵، ۷۲۰، ۷۳۵، ۷۵۰، ۷۶۵، ۷۸۰، ۷۹۵، ۸۱۰، ۸۲۵، ۸۴۰، ۸۵۵، ۸۷۰، ۸۸۵، ۹۰۰، ۹۱۵، ۹۳۰، ۹۴۵، ۹۶۰، ۹۷۵، ۹۹۰، ۱۰۰۵، ۱۰۲۰، ۱۰۳۵، ۱۰۵۰، ۱۰۶۵، ۱۰۸۰، ۱۰۹۵، ۱۱۱۰، ۱۱۲۵، ۱۱۴۰، ۱۱۵۵، ۱۱۷۰، ۱۱۸۵، ۱۲۰۰، ۱۲۱۵، ۱۲۳۰، ۱۲۴۵، ۱۲۶۰، ۱۲۷۵، ۱۲۹۰، ۱۳۰۵، ۱۳۲۰، ۱۳۳۵، ۱۳۵۰، ۱۳۶۵، ۱۳۸۰، ۱۳۹۵، ۱۴۱۰، ۱۴۲۵، ۱۴۴۰، ۱۴۵۵، ۱۴۷۰، ۱۴۸۵، ۱۵۰۰، ۱۵۱۵، ۱۵۳۰، ۱۵۴۵، ۱۵۶۰، ۱۵۷۵، ۱۵۹۰، ۱۶۰۵، ۱۶۲۰، ۱۶۳۵، ۱۶۵۰، ۱۶۶۵، ۱۶۸۰، ۱۶۹۵، ۱۷۱۰، ۱۷۲۵، ۱۷۴۰، ۱۷۵۵، ۱۷۷۰، ۱۷۸۵، ۱۸۰۰، ۱۸۱۵، ۱۸۳۰، ۱۸۴۵، ۱۸۶۰، ۱۸۷۵، ۱۸۹۰، ۱۹۰۵، ۱۹۲۰، ۱۹۳۵، ۱۹۵۰، ۱۹۶۵، ۱۹۸۰، ۱۹۹۵، ۲۰۱۰، ۲۰۲۵، ۲۰۴۰، ۲۰۵۵، ۲۰۷۰، ۲۰۸۵، ۲۱۰۰، ۲۱۱۵، ۲۱۳۰، ۲۱۴۵، ۲۱۶۰، ۲۱۷۵، ۲۱۹۰، ۲۲۰۵، ۲۲۲۰، ۲۲۳۵، ۲۲۵۰، ۲۲۶۵، ۲۲۸۰، ۲۲۹۵، ۲۳۱۰، ۲۳۲۵، ۲۳۴۰، ۲۳۵۵، ۲۳۷۰، ۲۳۸۵، ۲۴۰۰، ۲۴۱۵، ۲۴۳۰، ۲۴۴۵، ۲۴۶۰، ۲۴۷۵، ۲۴۹۰، ۲۵۰۵، ۲۵۲۰، ۲۵۳۵، ۲۵۵۰، ۲۵۶۵، ۲۵۸۰، ۲۵۹۵، ۲۶۱۰، ۲۶۲۵، ۲۶۴۰، ۲۶۵۵، ۲۶۷۰، ۲۶۸۵، ۲۷۰۰، ۲۷۱۵، ۲۷۳۰، ۲۷۴۵، ۲۷۶۰، ۲۷۷۵، ۲۷۹۰، ۲۸۰۵، ۲۸۲۰، ۲۸۳۵، ۲۸۵۰، ۲۸۶۵، ۲۸۸۰، ۲۸۹۵، ۲۹۱۰، ۲۹۲۵، ۲۹۴۰، ۲۹۵۵، ۲۹۷۰، ۲۹۸۵، ۳۰۰۰، ۳۰۱۵، ۳۰۳۰، ۳۰۴۵، ۳۰۶۰، ۳۰۷۵، ۳۰۹۰، ۳۱۰۵، ۳۱۲۰، ۳۱۳۵، ۳۱۵۰، ۳۱۶۵، ۳۱۸۰، ۳۱۹۵، ۳۲۱۰، ۳۲۲۵، ۳۲۴۰، ۳۲۵۵، ۳۲۷۰، ۳۲۸۵، ۳۳۰۰، ۳۳۱۵، ۳۳۳۰، ۳۳۴۵، ۳۳۶۰، ۳۳۷۵، ۳۳۹۰، ۳۴۰۵، ۳۴۲۰، ۳۴۳۵، ۳۴۵۰، ۳۴۶۵، ۳۴۸۰، ۳۴۹۵، ۳۵۱۰، ۳۵۲۵، ۳۵۴۰، ۳۵۵۵، ۳۵۷۰، ۳۵۸۵، ۳۶۰۰، ۳۶۱۵، ۳۶۳۰، ۳۶۴۵، ۳۶۶۰، ۳۶۷۵، ۳۶۹۰، ۳۷۰۵، ۳۷۲۰، ۳۷۳۵، ۳۷۵۰، ۳۷۶۵، ۳۷۸۰، ۳۷۹۵، ۳۸۱۰، ۳۸۲۵، ۳۸۴۰، ۳۸۵۵، ۳۸۷۰، ۳۸۸۵، ۳۹۰۰، ۳۹۱۵، ۳۹۳۰، ۳۹۴۵، ۳۹۶۰، ۳۹۷۵، ۳۹۹۰، ۴۰۰۵، ۴۰۲۰، ۴۰۳۵، ۴۰۵۰، ۴۰۶۵، ۴۰۸۰، ۴۰۹۵، ۴۱۱۰، ۴۱۲۵، ۴۱۴۰، ۴۱۵۵، ۴۱۷۰، ۴۱۸۵، ۴۲۰۰، ۴۲۱۵، ۴۲۳۰، ۴۲۴۵، ۴۲۶۰، ۴۲۷۵، ۴۲۹۰، ۴۳۰۵، ۴۳۲۰، ۴۳۳۵، ۴۳۵۰، ۴۳۶۵، ۴۳۸۰، ۴۳۹۵، ۴۴۱۰، ۴۴۲۵، ۴۴۴۰، ۴۴۵۵، ۴۴۷۰، ۴۴۸۵، ۴۵۰۰، ۴۵۱۵، ۴۵۳۰، ۴۵۴۵، ۴۵۶۰، ۴۵۷۵، ۴۵۹۰، ۴۶۰۵، ۴۶۲۰، ۴۶۳۵، ۴۶۵۰، ۴۶۶۵، ۴۶۸۰، ۴۶۹۵، ۴۷۱۰، ۴۷۲۵، ۴۷۴۰، ۴۷۵۵، ۴۷۷۰، ۴۷۸۵، ۴۸۰۰، ۴۸۱۵، ۴۸۳۰، ۴۸۴۵، ۴۸۶۰، ۴۸۷۵، ۴۸۹۰، ۴۹۰۵، ۴۹۲۰، ۴۹۳۵، ۴۹۵۰، ۴۹۶۵، ۴۹۸۰، ۴۹۹۵، ۵۰۱۰، ۵۰۲۵، ۵۰۴۰، ۵۰۵۵، ۵۰۷۰، ۵۰۸۵، ۵۱۰۰، ۵۱۱۵، ۵۱۳۰، ۵۱۴۵، ۵۱۶۰، ۵۱۷۵، ۵۱۹۰، ۵۲۰۵، ۵۲۲۰، ۵۲۳۵، ۵۲۵۰، ۵۲۶۵، ۵۲۸۰، ۵۲۹۵، ۵۳۱۰، ۵۳۲۵، ۵۳۴۰، ۵۳۵۵، ۵۳۷۰، ۵۳۸۵، ۵۴۰۰، ۵۴۱۵، ۵۴۳۰، ۵۴۴۵، ۵۴۶۰، ۵۴۷۵، ۵۴۹۰، ۵۵۰۵، ۵۵۲۰، ۵۵۳۵، ۵۵۵۰، ۵۵۶۵، ۵۵۸۰، ۵۵۹۵، ۵۶۱۰، ۵۶۲۵، ۵۶۴۰، ۵۶۵۵، ۵۶۷۰، ۵۶۸۵، ۵۷۰۰، ۵۷۱۵، ۵۷۳۰، ۵۷۴۵، ۵۷۶۰، ۵۷۷۵، ۵۷۹۰، ۵۸۰۵، ۵۸۲۰، ۵۸۳۵، ۵۸۵۰، ۵۸۶۵، ۵۸۸۰، ۵۸۹۵، ۵۹۱۰، ۵۹۲۵، ۵۹۴۰، ۵۹۵۵، ۵۹۷۰، ۵۹۸۵، ۶۰۰۰، ۶۰۱۵، ۶۰۳۰، ۶۰۴۵، ۶۰۶۰، ۶۰۷۵، ۶۰۹۰، ۶۱۰۵، ۶۱۲۰، ۶۱۳۵، ۶۱۵۰، ۶۱۶۵، ۶۱۸۰، ۶۱۹۵، ۶۲۱۰، ۶۲۲۵، ۶۲۴۰، ۶۲۵۵، ۶۲۷۰، ۶۲۸۵، ۶۳۰۰، ۶۳۱۵، ۶۳۳۰، ۶۳۴۵، ۶۳۶۰، ۶۳۷۵، ۶۳۹۰، ۶۴۰۵، ۶۴۲۰، ۶۴۳۵، ۶۴۵۰، ۶۴۶۵، ۶۴۸۰، ۶۴۹۵، ۶۵۱۰، ۶۵۲۵، ۶۵۴۰، ۶۵۵۵، ۶۵۷۰، ۶۵۸۵، ۶۶۰۰، ۶۶۱۵، ۶۶۳۰، ۶۶۴۵، ۶۶۶۰، ۶۶۷۵، ۶۶۹۰، ۶۷۰۵، ۶۷۲۰، ۶۷۳۵، ۶۷۵۰، ۶۷۶۵، ۶۷۸۰، ۶۷۹۵، ۶۸۱۰، ۶۸۲۵، ۶۸۴۰، ۶۸۵۵، ۶۸۷۰، ۶۸۸۵، ۶۹۰۰، ۶۹۱۵، ۶۹۳۰، ۶۹۴۵، ۶۹۶۰، ۶۹۷۵، ۶۹۹۰، ۷۰۰۵، ۷۰۲۰، ۷۰۳۵، ۷۰۵۰، ۷۰۶۵، ۷۰۸۰، ۷۰۹۵، ۷۱۱۰، ۷۱۲۵، ۷۱۴۰، ۷۱۵۵، ۷۱۷۰، ۷۱۸۵، ۷۲۰۰، ۷۲۱۵، ۷۲۳۰، ۷۲۴۵، ۷۲۶۰، ۷۲۷۵، ۷۲۹۰، ۷۳۰۵، ۷۳۲۰، ۷۳۳۵، ۷۳۵۰، ۷۳۶۵، ۷۳۸۰، ۷۳۹۵، ۷۴۱۰، ۷۴۲۵، ۷۴۴۰، ۷۴۵۵، ۷۴۷۰، ۷۴۸۵، ۷۵۰۰، ۷۵۱۵، ۷۵۳۰، ۷۵۴۵، ۷۵۶۰، ۷۵۷۵، ۷۵۹۰، ۷۶۰۵، ۷۶۲۰، ۷۶۳۵، ۷۶۵۰، ۷۶۶۵، ۷۶۸۰، ۷۶۹۵، ۷۷۱۰، ۷۷۲۵، ۷۷۴۰، ۷۷۵۵، ۷۷۷۰، ۷۷۸۵، ۷۸۰۰، ۷۸۱۵، ۷۸۳۰، ۷۸۴۵، ۷۸۶۰، ۷۸۷۵، ۷۸۹۰، ۷۹۰۵، ۷۹۲۰، ۷۹۳۵، ۷۹۵۰، ۷۹۶۵، ۷۹۸۰، ۷۹۹۵، ۸۰۱۰، ۸۰۲۵، ۸۰۴۰، ۸۰۵۵، ۸۰۷۰، ۸۰۸۵، ۸۱۰۰، ۸۱۱۵، ۸۱۳۰، ۸۱۴۵، ۸۱۶۰، ۸۱۷۵، ۸۱۹۰، ۸۲۰۵، ۸۲۲۰، ۸۲۳۵، ۸۲۵۰، ۸۲۶۵، ۸۲۸۰، ۸۲۹۵، ۸۳۱۰، ۸۳۲۵، ۸۳۴۰، ۸۳۵۵، ۸۳۷۰، ۸۳۸۵، ۸۴۰۰، ۸۴۱۵، ۸۴۳۰، ۸۴۴۵، ۸۴۶۰، ۸۴۷۵، ۸۴۹۰، ۸۵۰۵، ۸۵۲۰، ۸۵۳۵، ۸۵۵۰، ۸۵۶۵، ۸۵۸۰، ۸۵۹۵، ۸۶۱۰، ۸۶۲۵، ۸۶۴۰، ۸۶۵۵، ۸۶۷۰، ۸۶۸۵، ۸۷۰۰، ۸۷۱۵، ۸۷۳۰، ۸۷۴۵، ۸۷۶۰، ۸۷۷۵، ۸۷۹۰، ۸۸۰۵، ۸۸۲۰، ۸۸۳۵، ۸۸۵۰، ۸۸۶۵، ۸۸۸۰، ۸۸۹۵، ۸۹۱۰، ۸۹۲۵، ۸۹۴۰، ۸۹۵۵، ۸۹۷۰، ۸۹۸۵، ۹۰۰۰، ۹۰۱۵، ۹۰۳۰، ۹۰۴۵، ۹۰۶۰، ۹۰۷۵، ۹۰۹۰، ۹۱۰۵، ۹۱۲۰، ۹۱۳۵، ۹۱۵۰، ۹۱۶۵، ۹۱۸۰، ۹۱۹۵، ۹۲۱۰، ۹۲۲۵، ۹۲۴۰، ۹۲۵۵، ۹۲۷۰، ۹۲۸۵، ۹۳۰۰، ۹۳۱۵، ۹۳۳۰، ۹۳۴۵، ۹۳۶۰، ۹۳۷۵، ۹۳۹۰، ۹۴۰۵، ۹۴۲۰، ۹۴۳۵، ۹۴۵۰، ۹۴۶۵، ۹۴۸۰، ۹۴۹۵، ۹۵۱۰، ۹۵۲۵، ۹۵۴۰، ۹۵۵۵، ۹۵۷۰، ۹۵۸۵، ۹۶۰۰، ۹۶۱۵، ۹۶۳۰، ۹۶۴۵، ۹۶۶۰، ۹۶۷۵، ۹۶۹۰، ۹۷۰۵، ۹۷۲۰، ۹۷۳۵، ۹۷۵۰، ۹۷۶۵، ۹۷۸۰، ۹۷۹۵، ۹۸۱۰، ۹۸۲۵، ۹۸۴۰، ۹۸۵۵، ۹۸۷۰، ۹۸۸۵، ۹۹۰۰، ۹۹۱۵، ۹۹۳۰، ۹۹۴۵، ۹۹۶۰، ۹۹۷۵، ۹۹۹۰، ۱۰۰۰۵، ۱۰۰۲۰، ۱۰۰۳۵، ۱۰۰۵۰، ۱۰۰۶۵، ۱۰۰۸۰، ۱۰۰۹۵، ۱۰۱۱۰، ۱۰۱۲۵، ۱۰۱۴۰، ۱۰۱۵۵، ۱۰۱۷۰، ۱۰۱۸۵، ۱۰۲۰۰، ۱۰۲۱۵، ۱۰۲۳۰، ۱۰۲۴۵، ۱۰۲۶۰، ۱۰۲۷۵، ۱۰۲۹۰، ۱۰۳۰۵، ۱۰۳۲۰، ۱۰۳۳۵، ۱۰۳۵۰، ۱۰۳۶۵، ۱۰۳۸۰، ۱۰۳۹۵، ۱۰۴۱۰، ۱۰۴۲۵، ۱۰۴۴۰، ۱۰۴۵۵، ۱۰۴۷۰، ۱۰۴۸۵، ۱۰۵۰۰، ۱۰۵۱۵، ۱۰۵۳۰، ۱۰۵۴۵، ۱۰۵۶۰، ۱۰۵۷۵، ۱۰۵۹۰، ۱۰۶۰۵، ۱۰۶۲۰، ۱۰۶۳۵، ۱۰۶۵۰، ۱۰۶۶۵، ۱۰۶۸۰، ۱۰۶۹۵، ۱۰۷۱۰، ۱۰۷۲۵، ۱۰۷۴۰، ۱۰۷۵۵، ۱۰۷۷۰، ۱۰۷۸۵، ۱۰۸۰۰، ۱۰۸۱۵، ۱۰۸۳۰، ۱۰۸۴۵، ۱۰۸۶۰، ۱۰۸۷۵، ۱۰۸۹۰، ۱۰۹۰۵، ۱۰۹۲۰، ۱۰۹۳۵، ۱۰۹۵۰، ۱۰۹۶۵، ۱۰۹۸۰، ۱۰۹۹۵، ۱۱۰۱۰، ۱۱۰۲۵، ۱۱۰۴۰، ۱۱۰۵۵، ۱۱۰۷۰، ۱۱۰۸۵، ۱۱۰۹۵، ۱۱۱۱۰، ۱۱۱۲۵، ۱۱۱۴۰، ۱۱۱۵۵، ۱۱۱۷۰، ۱۱۱۸۵، ۱۱۲۰۰، ۱۱۲۱۵، ۱۱۲۳۰، ۱۱۲۴۵، ۱۱۲۶۰، ۱۱۲۷۵، ۱۱۲۹۰، ۱۱۳۰۵، ۱۱۳۲۰، ۱۱۳۳۵، ۱۱۳۵۰، ۱۱۳۶۵، ۱۱۳۸۰، ۱۱۳۹۵، ۱۱۴۱۰، ۱۱۴۲۵، ۱۱۴۴۰، ۱۱۴۵۵، ۱۱۴۷۰، ۱۱۴۸۵، ۱۱۵۰۰، ۱۱۵۱۵، ۱۱۵۳۰، ۱۱۵۴۵، ۱۱۵۶۰، ۱۱۵۷۵، ۱۱۵۹۰، ۱۱۶۰۵، ۱۱۶۲۰، ۱۱۶۳۵، ۱۱۶۵۰، ۱۱۶۶۵، ۱۱۶۸۰، ۱۱۶۹۵، ۱۱۷۱۰، ۱۱۷۲۵، ۱۱۷۴۰، ۱۱۷۵۵، ۱۱۷۷۰، ۱۱۷۸۵، ۱۱۸۰۰، ۱۱۸۱۵، ۱۱۸۳۰، ۱۱۸۴۵، ۱۱۸۶۰، ۱۱۸۷۵، ۱۱۸۹۰، ۱۱۹۰۵، ۱۱۹۲۰، ۱۱۹۳۵، ۱۱۹۵۰، ۱۱۹۶۵، ۱۱۹۸۰، ۱۱۹۹۵، ۱۲۰۱۰، ۱۲۰۲۵، ۱۲۰۴۰، ۱۲۰۵۵، ۱۲۰۷۰، ۱۲۰۸۵، ۱۲۰۹۵، ۱۲۱۱۰، ۱۲۱۲۵، ۱۲۱۴۰، ۱۲۱۵۵، ۱۲۱۷۰، ۱۲۱۸۵، ۱۲۲۰۰، ۱۲۲۱۵، ۱۲۲۳۰، ۱۲۲۴۵، ۱۲۲۶۰، ۱۲۲۷۵، ۱۲۲۹۰، ۱۲۳۰۵، ۱۲۳۲۰، ۱۲۳۳۵، ۱۲۳۵۰، ۱۲۳۶۵، ۱۲۳۸۰، ۱۲۳۹۵، ۱۲۴۱۰، ۱۲۴۲۵، ۱۲۴۴۰، ۱۲۴۵۵، ۱۲۴۷۰، ۱۲۴۸۵، ۱۲۵۰۰، ۱۲۵۱۵، ۱۲۵۳۰، ۱۲۵۴۵، ۱۲۵۶۰، ۱۲۵۷۵، ۱۲۵۹۰، ۱۲۶۰۵، ۱۲۶۲۰، ۱۲۶۳۵، ۱۲۶۵۰، ۱۲۶۶۵، ۱۲۶۸۰، ۱۲۶۹۵، ۱۲۷۱۰، ۱۲۷۲۵، ۱۲۷۴۰، ۱۲۷۵۵، ۱۲۷۷۰، ۱۲۷۸۵، ۱۲۸۰۰، ۱۲۸۱۵، ۱۲۸۳۰، ۱۲۸۴۵، ۱۲۸۶۰، ۱۲۸۷۵، ۱۲۸۹۰، ۱۲۹۰۵، ۱۲۹۲۰، ۱۲۹۳۵، ۱۲۹۵۰، ۱۲۹۶۵، ۱۲۹۸۰، ۱۲۹۹۵، ۱۳۰۱۰، ۱۳۰۲۵، ۱۳۰۴۰، ۱۳۰۵۵، ۱۳۰۷۰، ۱۳۰۸۵، ۱۳۰۹۵، ۱۳۱۱۰، ۱۳۱۲۵، ۱۳۱۴۰، ۱۳۱۵۵، ۱۳۱۷۰، ۱۳۱۸۵، ۱۳۲۰۰، ۱۳۲۱۵، ۱۳۲۳۰، ۱۳۲۴۵، ۱۳۲۶۰، ۱۳۲۷۵، ۱۳۲۹۰، ۱۳۳۰۵، ۱۳۳۲۰، ۱۳۳۳۵، ۱۳۳۵۰، ۱۳۳۶۵، ۱۳۳۸۰، ۱۳۳۹۵، ۱۳۴۱۰، ۱۳۴۲۵، ۱۳۴۴۰، ۱۳۴۵۵، ۱۳۴۷۰، ۱۳۴۸۵، ۱۳۵۰۰، ۱۳۵۱۵، ۱۳۵۳۰، ۱۳۵۴۵، ۱۳۵۶۰، ۱۳۵۷۵، ۱۳۵۹۰، ۱۳۶۰۵، ۱۳۶۲۰، ۱۳۶۳۵، ۱۳۶۵۰، ۱۳۶۶۵، ۱۳۶۸۰، ۱۳۶۹۵، ۱۳۷۱۰، ۱۳۷۲۵، ۱۳۷۴۰، ۱۳۷۵۵، ۱۳۷۷۰، ۱۳۷۸۵، ۱۳۸۰۰، ۱۳۸۱۵، ۱۳۸۳۰، ۱۳۸۴۵، ۱۳۸۶۰، ۱۳۸۷۵، ۱۳۸۹۰، ۱۳۹۰۵، ۱۳۹۲۰، ۱۳۹۳۵، ۱۳۹۵۰، ۱۳۹۶۵، ۱۳۹۸۰، ۱۳۹۹۵، ۱۴۰۱۰، ۱۴۰۲۵، ۱۴۰۴۰، ۱۴۰۵۵، ۱۴۰۷۰، ۱۴۰۸۵، ۱۴۰۹۵، ۱۴۱۱۰، ۱۴۱۲۵، ۱۴۱۴۰، ۱۴۱۵۵، ۱۴۱۷۰، ۱۴۱۸۵، ۱۴۲۰۰، ۱۴۲۱۵، ۱۴۲۳۰، ۱۴۲۴۵، ۱۴۲۶۰، ۱۴۲۷۵، ۱۴۲۹۰، ۱۴۳۰۵، ۱۴۳۲۰، ۱۴۳۳۵، ۱۴۳۵۰، ۱۴۳۶۵، ۱۴۳۸۰، ۱۴۳۹۵، ۱۴۴۱۰، ۱۴۴۲۵، ۱۴۴۴۰، ۱۴۴۵۵، ۱۴۴۷۰، ۱۴۴۸۵، ۱۴۵۰۰، ۱۴۵۱۵، ۱۴۵۳۰، ۱۴۵۴۵، ۱۴۵۶۰، ۱۴۵۷۵، ۱۴۵۹۰، ۱۴۶۰۵، ۱۴۶۲۰، ۱۴۶۳۵، ۱۴۶۵۰، ۱۴۶۶۵، ۱۴۶۸۰، ۱۴۶۹۵، ۱۴۷۱۰، ۱۴۷۲۵، ۱۴۷۴۰، ۱۴۷۵۵، ۱۴۷۷۰، ۱۴۷۸۵، ۱۴۸۰۰، ۱۴۸۱۵، ۱۴۸۳۰، ۱۴۸۴۵، ۱۴۸۶۰، ۱۴۸۷۵، ۱۴۸۹۰، ۱۴۹۰۵، ۱۴۹۲۰، ۱۴۹۳۵، ۱۴۹۵۰، ۱۴۹۶۵، ۱۴۹۸۰، ۱۴۹۹۵، ۱۵۰۱۰، ۱۵۰۲۵، ۱۵۰۴۰، ۱۵۰۵۵، ۱۵۰۷۰، ۱۵۰۸۵، ۱۵۰۹۵، ۱۵۱۱۰، ۱۵۱۲۵، ۱۵۱۴۰، ۱۵۱۵۵، ۱۵۱۷۰، ۱۵۱۸۵، ۱۵۲۰۰، ۱۵۲۱۵، ۱۵۲۳۰، ۱۵۲۴۵، ۱۵۲۶۰، ۱۵۲۷۵، ۱۵۲۹۰، ۱۵۳۰۵، ۱۵۳۲۰، ۱۵۳۳۵، ۱۵۳۵۰، ۱۵۳۶۵، ۱۵۳۸۰، ۱۵۳۹۵، ۱۵۴۱۰، ۱۵۴۲۵، ۱۵۴۴۰، ۱۵۴۵۵، ۱۵۴۷۰، ۱۵۴۸۵، ۱۵۵۰۰، ۱۵۵۱۵، ۱۵۵۳۰، ۱۵۵۴۵، ۱۵۵۶۰، ۱۵۵۷۵، ۱۵۵۹۰، ۱۵۶۰۵، ۱۵۶۲۰، ۱۵۶۳۵، ۱۵۶۵۰، ۱۵۶۶۵، ۱۵۶۸۰، ۱۵۶۹۵، ۱۵۷۱۰، ۱۵۷۲۵، ۱۵۷۴۰، ۱۵۷۵۵، ۱۵۷۷۰، ۱۵۷۸۵، ۱۵۸۰۰، ۱۵۸۱۵، ۱۵۸۳۰، ۱۵۸۴۵، ۱۵۸۶۰، ۱۵۸۷۵، ۱۵۸۹۰، ۱۵۹۰۵، ۱۵۹۲۰، ۱۵۹۳۵، ۱۵۹۵۰، ۱۵۹۶۵، ۱۵۹۸۰، ۱۵۹۹۵، ۱۶۰۱۰، ۱۶۰۲۵، ۱۶۰۴۰، ۱۶۰۵۵، ۱۶۰۷۰، ۱۶۰۸۵، ۱۶۰۹۵، ۱۶۱۱۰، ۱۶۱۲۵، ۱۶۱۴۰، ۱۶۱۵۵، ۱۶۱۷۰، ۱۶۱۸۵، ۱۶۲۰۰، ۱۶۲۱۵، ۱۶۲۳۰، ۱۶۲۴۵، ۱۶۲۶۰، ۱۶۲۷۵، ۱۶۲۹۰، ۱۶۳۰۵، ۱۶۳۲۰، ۱۶۳۳۵، ۱۶۳۵۰، ۱۶۳۶۵، ۱۶۳۸۰، ۱۶۳۹۵، ۱۶۴۱۰، ۱۶۴۲۵، ۱۶۴۴۰، ۱۶۴۵۵، ۱۶۴۷۰، ۱۶۴۸۵، ۱۶۵۰۰، ۱۶۵۱۵، ۱۶۵۳۰، ۱۶۵۴۵، ۱۶۵۶۰، ۱۶۵۷۵، ۱۶۵۹۰، ۱۶۶۰۵، ۱۶۶۲۰، ۱۶۶۳۵، ۱۶۶۵۰، ۱۶۶۶۵، ۱۶۶۸۰، ۱۶۶۹۵، ۱۶۷۱۰، ۱۶۷۲۵، ۱۶۷۴۰، ۱۶۷۵۵، ۱۶۷۷۰، ۱۶۷۸۵، ۱۶۸۰۰، ۱۶۸۱۵، ۱۶۸۳۰، ۱۶۸۴۵، ۱۶۸۶۰، ۱۶۸۷۵، ۱۶۸۹۰، ۱۶۹۰۵، ۱۶۹۲۰،

درس ۲

عبارت‌های گویا

در سال گذشته با عبارت‌های گویا و ساده کردن آنها، همچنین با جمع و تفریق این عبارت‌ها آشنا شدید. از آنجا که امسال، چند اتحاد دیگر را آموختید، در ادامه به یادآوری و تکمیل این مطالب می‌پردازیم. کسرهایی را که صورت و مخرج آنها چند جمله‌ای باشند، عبارت‌های گویا می‌نامند. اگر صورت یا مخرج کسری، پس از ساده شدن، چند جمله‌ای نباشد، در این صورت آن عبارت گویا نیست.

فعالیت



عبارت‌های گویا را با و عبارت‌های غیرگویا را با مشخص کنید.

$$\sqrt{x^2+1} \quad \text{✗}$$

$$\frac{1}{x^2-\sqrt{2}} \quad \text{✓}$$

$$\frac{x-3}{2x^2-3x+5} \quad \text{✓}$$

$$\frac{x+y}{3\sqrt{z}} \quad \text{✗}$$

$$\frac{\sqrt{5}x}{x} \quad \text{✓}$$

$$x^2+3x-4 \quad \text{✓}$$

$$\frac{x^2-1}{x+1} \quad \text{✓}$$

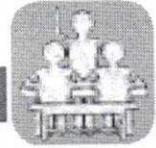
$$\sqrt{x} \quad \text{✗}$$

$$\frac{|x|}{x^2+2} \quad \text{✗}$$

مقدار یک عبارت گویا وقتی با معنا است که مخرجش صفر نباشد؛ یعنی در حالتی که مخرج یک عبارت گویا صفر شود، آنگاه مقدار عبارت گویا تعریف نشده است. برای مثال عبارت گویای $\frac{x+2}{x-5}$ به ازای $x=5$ تعریف نشده است؛ زیرا با قراردادن $x=5$ در آن، مخرج کسر برابر با صفر می‌شود و در این حالت کسر تعریف نشده است.

به ازای $z = \frac{5}{3}$ تعریف شده است. $3z = 5$ $z = \frac{5}{3}$ $3z - 5 = 0$ (الف)

به ازای $a = 2$ تعریف شده است. $a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$
 $a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$
 به ازای $a = -2$ تعریف شده است. $(a-2)(a+2) = 0$
 به ازای $a = 2$ تعریف شده است. $a^2 - 4 = 0$ (ت)
 به ازای $x^2 + 1 \neq 0$ تعریف شده است. (ج)



کار در کلاس

کدام یک از عبارت‌های زیر گویا و کدام یک غیر گویا هستند؟ عبارت‌های گویا به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

الف) $\frac{3z+5}{3z-5}$ ✓

ب) $\frac{x+9}{\sqrt{x-3}}$ ✗

پ) $\frac{4x^2-5x+1}{7\sqrt{2}}$ ✓

ت) $\frac{a^2+3}{a^2-4}$ ✓

ث) $\frac{x\sqrt{x+1}}{3-x}$ ✗

ج) $\frac{5x^2+1}{x^2+1}$ ✓

ساده کردن عبارت‌های گویا

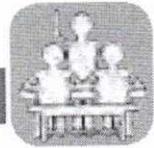
اگر a و b و k عددهایی حقیقی باشند؛ به طوری که $k \neq 0$ در این صورت داریم:

$$\frac{ka}{kb} = \frac{a}{b} \quad (k, b \neq 0)$$

زیرا با تقسیم صورت و مخرج کسر بر $k, k \neq 0$ کسر را ساده کرده‌ایم:

$$\frac{ka}{kb} = \frac{\cancel{k}a}{\cancel{k}b} = \frac{a}{b}$$

برای ساده کردن یک عبارت گویا، ابتدا باید صورت و مخرج آن را تجزیه کنیم، سپس با خط کشیدن روی عوامل مشترک از صورت و مخرج کسر، عبارت گویا ساده می‌شود. (یادآوری می‌کنیم، عامل مشترکی که از صورت و مخرج کسر خط می‌زنیم باید مخالف صفر باشد.)



کار در کلاس

۱. مانند نمونه‌های حل شده، کسرهای زیر را ساده کنید.

الف) $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9} = \frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)}$

صورت کسر را به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای و مخرج کسر را به کمک اتحاد مزدوج تجزیه کرده‌ایم.

$$= \frac{(x+3)\cancel{(x+3)}}{(x-3)\cancel{(x+3)}} = \frac{(x+3)}{(x-3)} \quad (\text{ساده شده کسر})$$

با شرط $x+3 \neq 0$ از صورت و مخرج کسر عامل $(x+3)$ را خط زده‌ایم. توجه کنید که برای بامعنی بودن کسر باید $x-3 \neq 0$ باشد.

$$\text{ب) } \frac{x^2-1}{x^2-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

صورت کسر را به کمک اتحاد
تفاضل مکعب دو جمله‌ای و مخرج کسر
را به کمک اتحاد مزدوج تجزیه کنید.

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

با شرط $x-1 \neq 0$ از صورت و مخرج
کسر عامل $(x-1)$ را خط بزنید. توجه کنید
که برای با معنی بودن کسر باید $x+1 \neq 0$
باشد.

$$= \frac{x+1}{x+1} \text{ (ساده شده کسر)}$$

$$\text{ب) } \frac{4x^2-9}{4x^2+10x+6} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{(2x+2)(2x+3)} = \frac{2x-3}{2x+2}$$

$$\text{ت) } \frac{x^3-8x}{2x^2-8x+8} = \frac{x(x^2-8)}{2(x^2-4x+4)} = \frac{x(x-2)(x^2+2x+4)}{2(x-2)(x-2)} = \frac{x(x^2+2x+4)}{2(x-2)}$$

$$\text{ث) } \frac{6x^5(x^2+4)^2 - 4x^3(x^2+4)^3}{x^4 - 16x^4}$$

۲. کسر زیر به صورت نادرست ساده شده است. ایراد آن را پیدا کنید و درباره آن توضیح دهید.

$$\frac{2x^2+y^2}{y^2} = \frac{2x^2+y^2}{y^2} = 2x^2+1$$

فقط اگر بین عوامل صورت و مخرج ضرب باشد می‌توان جملات را ساده کرد.

۳. فرض کنیم $x=1$ است، دانش آموزی با توجه به این فرض، ثابت کرده است که $2=1$ است استدلال زیر را دنبال کنید و بگویید اشتباه در کجا اتفاق افتاده است.

$$x=1$$

$$x^2=x$$

$$x^2-1=x-1$$

چون برعکس صفر تقسیم کرده است.

$$\frac{x^2-1}{x-1} = \frac{x-1}{x-1}$$

$$\frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 1$$

$$x+1=1 \xrightarrow{x=1} 2=1$$

$$\text{ث) } \frac{6x^5(x^2+4)^2 - 4x^3(x^2+4)^3}{x^4 - 16x^4} = \frac{2x^3(x^2+4)^2 (3x^2 - 2(x^2+4))}{x^4(x^4-16)}$$

$$= \frac{2x^3(x^2+4)^2(x^2-1)}{x^4(x^2-4)(x^2-4)} = \frac{2(x^2+4)(x^2-1)}{x(x^2-4)}$$

$$1) P(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$Q(x) = x^2 + 5x - 6 = (x-1)(x+6)$$

$$5) \frac{A(x)}{P(x)} = \frac{(x-1)^2(x+4)}{(x-1)^2} = (x+4) \quad , \quad \frac{A(x)}{Q(x)} = \frac{(x-1)^2(x+4)}{(x-1)(x+4)} = (x-1)$$

جمع و تفریق عبارت‌های گویا

برای جمع و تفریق عبارت‌های گویا باید «مخرج مشترک» گیری کنیم. برای این منظور ابتدا با انجام فعالیت زیر مفهوم مخرج مشترک را درک می‌کنید؛ سپس در ادامه جمع و تفریق عبارت‌های گویا می‌آید.



فعالیت

چند جمله‌ای‌های $P(x) = x^2 - 2x + 1$ و $Q(x) = x^2 + 5x - 6$ را در نظر بگیرید.

۱. چند جمله‌ای‌های بالا را تجزیه کنید.

۲. عبارت‌های مشترک در تجزیه این دو چند جمله‌ای را مشخص کنید. $x-1$

۳. عبارت‌های غیرمشترک در تجزیه این دو چند جمله‌ای را مشخص کنید. $(x+4)$

۴. حاصل ضرب عبارت‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان را در عبارت‌های غیرمشترک پیدا کنید و آن را

$$A(x) = (x-1)^2(x+4)$$

بنامید.

۵. عبارت‌های $\frac{A(x)}{Q(x)}$ ، $\frac{A(x)}{P(x)}$ را ساده کنید.

۶. با توجه به قسمت قبل آیا $A(x)$ مضرب مشترک دو عبارت $P(x)$ و $Q(x)$ است؟ **بله**

۷. آیا می‌توانید مضرب‌های مشترک دیگری برای $P(x)$ و $Q(x)$ پیدا کنید؟ **بله ***

۸. از بین مضرب‌های مشترکی که برای $P(x)$ و $Q(x)$ یافتید، کدام یک نسبت به متغیر x درجه کوچک‌تری

دارد؟ $A(x)$

مضرب مشترک دو عبارت $(x+1)$ ، $(x-1)$
چند جمله‌ای (x^2-1)
است. از طرفی $(x^2-1)^2$
یا $(x^2-1)^3$ یا $(x^2-1)^4$
مضرب‌های مشترک این دو
عبارت هستند، اما (x^2-1)
مضرب مشترکی است که
نسبت به متغیر x از درجه
کوچک‌تر است.

برای پیدا کردن مضرب مشترک دو چند جمله‌ای $P(x)$ و $Q(x)$ به طوری که نسبت به x از کوچک‌ترین درجه باشد، ابتدا هریک از چند جمله‌ای‌ها را تجزیه می‌کنیم؛ سپس حاصل ضرب عبارت‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان در عبارت‌های غیرمشترک را به دست می‌آوریم و آن را $A(x)$ می‌نامیم. برای جمع یا تفریق دو عبارت گویا که مخرج‌های آنها $P(x)$ و $Q(x)$ باشند؛ عبارت $A(x)$ را مخرج مشترک دو کسر تعریف می‌کنیم.

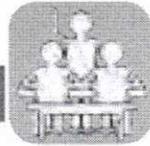
$$1) \text{ مثل } (x-1)^2(x+4)$$

$$2) \text{ مثل } (x-1)^2(x+4)$$

$$3) \text{ مثل } (x-1)^2(x+4)$$

$$4) \text{ مثل } (x-1)^2(x+4)(x+3)$$

* (V)



۱. در هر قسمت مضرب مشترکی از چند جمله‌ای‌ها را به دست آورید؛ به طوری که نسبت به متغیر a آن کوچک‌ترین توان را داشته باشد.

الف) $P(x) = a^2 + 6a + 9 = (a+3)^2$
 $Q(x) = a^2 - 9 = (a-3)(a+3)$ $P \cdot Q = (a+3)^2(a-3)$

ب) $P(x) = a^2 - b^2 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = (a^2 + b^2)(a-b)(a+b)$
 $Q(x) = a^2 - b^2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ $P \cdot Q = (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)(a^2 + ab + b^2)$

پ) $P(x) = a^2 + 2a^2 - 3a^2 = a^2(a^2 + 2a - 3) = a^2(a-1)(a+3)$
 $Q(x) = a^2 + 8a^2 + 15a = a(a^2 + 8a + 15) = a(a+3)(a+5)$

اشتباه جایی (باید ۱۵ باشد)

جواب = $a^2(a+3)(a-1)(a+5)$

حاصل ضرب عبارت‌های مشترک با بزرگ‌ترین توان
 حاصل ضرب عبارت‌های غیرمشترک

۲. برای جمع و تفریق عبارت‌های گویا، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم. مخرج مشترک همان مضرب مشترک بین مخرج‌ها با کوچک‌ترین توان نسبت به x است. در زیر مخرج مشترک کسرها را مانند نمونه پیدا کنید.

الف) $\frac{4}{x^2+x} + \frac{1}{(x^2-1)(x+1)}$
 مخرج کسر اول $A(x) = x^2+x = x(x+1)$
 مخرج کسر دوم $B(x) = (x^2-1)(x+1) = (x-1)(x+1)^2$
 مخرج مشترک $= x(x-1)(x+1)^2$

ب) $\frac{x-2}{x-3} - \frac{x+1}{x+2}$ $P \cdot Q = (x-3)(x+2)$

مخرج کسر اول = $x-3$

مخرج کسر دوم = $x+2$

پ) $\frac{1}{x^4-8x} - \frac{1+x}{x^2} + \frac{x+2}{x-2}$

مخرج کسر اول = $x^4 - 8x = x(x^3 - 8) = x(x-2)(x^2 + 2x + 4)$

مخرج کسر دوم = x^2

مخرج کسر سوم = $x-2$

$P \cdot Q = x^2(x-2)(x^2 + 2x + 4)$



فعالیت

عبارت $P(x) = \frac{4}{x^2+x} + \frac{x}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. با توجه به «کار در کلاس» قبل، مخرج مشترک این دو کسر برابر است با:

$$\text{مخرج مشترک} = x(x-1)(x+1)$$

$$P(x) = \frac{4}{x(x+1)} + \frac{x}{(x-1)(x+1)} \quad \text{زیرا:}$$

۱. مخرج کسر اول را با مخرج مشترک مقایسه کنید. برای اینکه مخرج کسر اول مانند مخرج مشترک شود، باید صورت و مخرج کسر اول را در چه عبارتی ضرب کرد؟ این کار را انجام دهید.

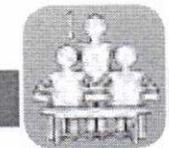
$$\frac{4}{x(x+1)} = \frac{4(x-1)}{x(x+1)(x-1)}$$

۲. برای اینکه مخرج کسر دوم مانند مخرج مشترک شود، باید صورت و مخرج کسر دوم را در کدام عبارت ضرب کرد؟ این کار را انجام دهید.

$$\frac{x}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x)}{(x-1)(x+1)(x)}$$

۳. همان طور که می بینید، مخرج کسرهای اول و دوم یکسان شده اند. در زیر این دو کسر را با هم جمع کرده ایم، جای خالی را پر کنید.

$$P(x) = \frac{4(x-1) + x^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{4x - 4 + x^2}{x(x-1)(x+1)}$$



کار در کلاس

حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$

می دانیم مخرج مشترک این دو کسر برابر است با: $(x+1)(x-1)$ است؛ بنابراین داریم:

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1+x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$$

$$x^2 - 1 = \underline{\quad} \leftarrow$$

$$* \text{ت) } \frac{2n+3}{2n-2} - \frac{5}{n^2-1} - \frac{2n-3}{2n+2} = \frac{2n+3}{2(n-1)} - \frac{5}{(n-1)(n+1)} - \frac{2n-3}{2(n+1)}$$

$$= \frac{(2n+3)(n+1) - 5(2) - (2n-3)(n-1)}{2(n-1)(n+1)} = \frac{2n^2+2n+2n+3-10-2n^2+2n+3n-3}{2(n-1)(n+1)}$$

$$= \frac{4n-10}{2(n-1)(n+1)} = \frac{2(2n-5)}{2(n-1)(n+1)} = \frac{2n-5}{(n-1)(n+1)}$$

$$\text{ب) } \frac{y+1}{y^2+y-2} + \frac{y-2}{y^2+2y} = \frac{y+1}{(y+2)(y-1)} + \frac{y-2}{y(y+2)}$$

$$= \frac{(y+1)y}{y(y+2)(y-1)} + \frac{(y-2)(y-1)}{y(y+2)(y-1)} = \frac{y^2+y+y^2-2y+2}{y(y+2)(y-1)} = \frac{2y^2-1y+2}{y(y+2)(y-1)}$$

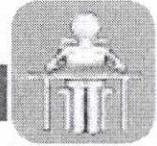
$$\text{ب) } \frac{4+x^2-2x}{2+x} - \frac{x-2}{1} = \frac{4+x^2-2x+(-x-2)(2+x)}{2+x} = \frac{4+x^2-2x-2x-2x^2-4-2x}{2+x}$$

$$= \frac{-x^2-4x-2}{2+x}$$

$$* \text{ت) } \frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} - \frac{2x-3}{2x+2}$$

$$= \frac{-4x}{2+x}$$

تمرین



۱. عبارات‌های گویای زیر به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده‌اند؟

الف) $\frac{x^2+1}{x^2-1}$

ب) $\frac{2x^2+1}{x^2+4}$

پ) $\frac{5}{x^2+x}$

ت) $\frac{x^2+3x^2+2x}{x(x+1)(x^2-4)}$

ث) $\frac{3x^2y+6xy^2}{x^2}$

ج) $\frac{42a^3-3a^2m}{am^2-25a}$

ح) $\frac{b^2x^2-ab^2x^2}{a^2b^2x^2-a^2b^2x}$

خ) $\frac{x^6-a^6}{ax^3-a^3x}$

۲. حاصل عبارات‌های زیر را به دست آورید.

الف) $\frac{4}{9x} - \frac{5x}{6y^2} + 1$

ب) $\frac{x+1}{x-1} - 1$

پ) $\frac{1}{m} + 1$

ت) $\frac{2x}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y}$

ث) $\frac{x+3}{x^2-6x+9} - \frac{x+2}{x^2-9} - \frac{5}{3-x}$

ج) $\frac{y-3}{y^2-4} - \frac{y+2}{y^2-4y+4} - \frac{2}{2-y}$

تهیه کننده:

۱) $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$ ①
 به ازای $x=1, x=-1$ تعریف شده است.

ب) $x^2 + 4 \neq 0$ به ازای تمام اعداد تعریف شده است.

۲) $x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \begin{cases} x=0 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$
 به ازای $x=0, x=-1$ تعریف شده است.

۳) $x(x+1)(x^2-4) = 0 \quad x(x+1)(x-2)(x+2) = 0$
 $x=0$
 $x+1=0 \Rightarrow x=-1$
 $x-2=0 \Rightarrow x=2$
 $x+2=0 \Rightarrow x=-2$
 به ازای $x=0, x=-1, x=2, x=-2$ تعریف شده است.

ث) $x^2 = 0 \Rightarrow x=0$ به ازای $x=0$ تعریف شده است.

۴) $am^2 - 2da = 0 \quad a(m^2 - 2d) = 0 \quad a(m-d)(m+d) = 0$

$a=0$
 $m-d=0 \Rightarrow m=d$
 $m+d=0 \Rightarrow m=-d$
 به ازای $m=d, m=-d, a=0$ تعریف شده است.

۵) $a^2 b^2 x^2 - a^2 b^2 x = 0 \quad a^2 b^2 x(x-a) = 0$
 $a^2 = 0 \Rightarrow a=0$
 $b^2 = 0 \Rightarrow b=0$
 $x=0$
 $x-a=0 \Rightarrow x=a$
 به ازای $x=a, x=0, b=0, a=0$ تعریف شده است.

۶) $ax^3 - a^3 x = 0 \Rightarrow ax(x^2 - a^2) = 0 \quad ax(x-a)(x+a) = 0$
 $a=0$
 $x=0$
 $x-a=0 \Rightarrow x=a$
 $x+a=0 \Rightarrow x=-a$
 به ازای $x=a, x=0, a=0, x=-a$ تعریف شده است.

۷) $\frac{f}{ax} - \frac{ax}{y^2} + 1 = \frac{f(y^2)}{xy^2} - \frac{ax^2}{y^2} + 1 = \frac{f(y^2) + (by^2)^2}{(by^2)^2} = \frac{fy^2 - 2ax^2 + 1}{by^2}$ ②

$$ب) \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{1} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{1(x-1)}{1(x-1)} = \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$$

$$د) \frac{\frac{1}{m} + \frac{1}{1}}{m+1} = \frac{\frac{1}{m} + \frac{1(m)}{1(m)}}{m+1} = \frac{\frac{1+m}{m}}{m+1} = \frac{1(1+m)}{m(1+m)} = \frac{1}{m}$$

$$و) \frac{2x}{x^2-y^2} + \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = \frac{2x}{(x-y)(x+y)} + \frac{1(x-y)}{(x+y)(x-y)} - \frac{1(x+y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2x + x - y - x - y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x - 2y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2}{x+y}$$

$$ز) \frac{x+3}{x^2-4x+9} - \frac{x+2}{x^2-9} - \frac{5}{3-x} = \frac{(x+3)(x+3)}{(x-3)^2(x+3)} - \frac{(x+2)(x-3)}{(x-3)(x+3)} - \frac{5(x-3)(x+3)}{-(x-3)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{5(x-3)(x+3)}{-(x-3)(x-3)(x+3)} = \frac{x^2+4x+9 - x^2+x+4 + 5x^2-5}{(x-3)^2(x+3)} = \frac{5x^2+4x-3}{(x-3)^2(x+3)}$$

$$ح) \frac{y-2}{y^2-4} - \frac{y+2}{y^2-4y+4} - \frac{2}{2-y} = \frac{(y-2)(y-2)}{(y-2)(y+2)(y-2)} - \frac{(y+2)(y+2)}{(y-2)^2(y+2)} - \frac{2(y-2)(y+2)}{-(y-2)(y-2)(y+2)}$$

$$= \frac{y^2-4y+4 - y^2-4y-4 + 2y^2-8}{(y-2)^2(y+2)} = \frac{2y^2-9y-4}{(y-2)^2(y+2)}$$

تهیه کننده:

گروه ریاضی مقطع دوم متوسطه، استان خوزستان